prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 11 gennaio 2018

COMPITO A

COGNOME No	OME	matricola
corso di laurea IN ING	TEORIA O	RALE O SCRITTA?
DATE DISPONIBILI PER LA	TEORIA	
DATE NON DISPONIBILI PE	ER LA TEORIA	

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) (6 punti)

Verificare se e dove siano rispettate le ipotesi di esistenza e unicità della soluzione del seguente Problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \sin x \cdot y''(x) - \cos x \cdot y' = 0 \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \\ y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1. \end{cases}$$

e in seguito determinare la soluzione.

2) (6,5 punti) Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{x(\sin x + \sinh x) + 2(\cos x - \cosh x)}{\tan(x^6)} .$$

3) (6 punti)

Risolvere l'equazione

$$\frac{2z^2 - 2(1 - i\sqrt{3})z - 1 - i\sqrt{3}}{2z - 1 + i\sqrt{3}} = 0 \qquad , \qquad z \in \mathbf{C}.$$

4) (5 punti)

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{\arctan(n^3)}{n^3 - 3n^2 + 3n - 1} \ .$$

5) (11,5 punti)

Determinare l'insieme di definizione, il segno, eventuali asintoti, l'insieme di derivabilità, gli eventuali massimi e minimi, relativi e assoluti della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{2 - |x|}{1 - |x|}} \ .$$

FAC.: studiare il grafico della funzione, in ipotesi di numero minimo di flessi.

prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 11 gennaio 2018

COMPITO B

COGNOME	NOME	matricola
corso di laurea IN ING	TEORIA O	RALE O SCRITTA?
DATE DISPONIBILI PER L	A TEORIA	
DATE NON DISPONIBILI I	PER LA TEORIA	

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) (6 punti)

Risolvere l'equazione

$$\frac{2z^2 + 2(1 - i\sqrt{3})z - 1 - i\sqrt{3}}{2z + 1 - i\sqrt{3}} = 0 \qquad , \qquad z \in \mathbf{C}.$$

2) (5 punti)

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{\sin(n^3)}{n^3 + 6n^2 + 12n + 8} \ .$$

3) (11,5 punti)

Determinare l'insieme di definizione, il segno, eventuali asintoti, l'insieme di derivabilità, gli eventuali massimi e minimi, relativi e assoluti della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{1 - |x|}{2 - |x|}} \ .$$

FAC.: studiare il grafico della funzione, in ipotesi di numero minimo di flessi.

4) (6 punti)

Verificare se e dove siano rispettate le ipotesi di esistenza e unicità della soluzione del seguente Problema di Cauchy:

$$\begin{cases}
\cos x \cdot y''(x) - \sin x \cdot y' = 0 \\
y(0) = 1 \\
y'(0) = 0.
\end{cases}$$

e in seguito determinare la soluzione.

5) (6,5 punti) Calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{\log(1 - 2x^2) + \cosh(2x) - 1}{\cosh(x^2) - \cos(x^2)} .$$

prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 5 febbraio 2018

COMPITO A

- **2)** (6 punti)
- a) Determinare tutte le primitive della funzione $f(x) = \log\left(1 + \frac{2}{x}\right) \frac{2}{x}$;

y'(0) = 1

- b) verificare, tramite i criteri di integrabilità, se la funzione sia integrabile in $[1, +\infty)$; c) calcolare esplicitamente $\int_{1}^{+\infty} f(x)dx$.
- **3)** (5 punti)

Risolvere l'equazione

$$z|z|^2 = (\overline{z})^3$$
 , $z \in \mathbf{C}$.

4) (5 punti)

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n! \ 2^n}{n^n} \ .$$

5) (11,5 punti)

Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{2}{|x+2|}\right)$$
.

indicando esplicitamente gli eventuali punti singolari e di non derivabilità e l'immagine della funzione.

prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 5 febbraio 2018

COMPITO B

COGNOME	NOME	matricola
corso di laurea IN ING	TEORIA (ORALE O SCRITTA?
DATE DISPONIBILI PER I	A TEORIA	
DATE NON DISPONIBILI	PER LA TEORIA	

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) (5 punti)

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n^n}{n! \ 3^n} \ .$$

2) (11,5 punti)

Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{1}{|x-1|}\right)$$
.

indicando esplicitamente gli eventuali punti singolari e di non derivabilità e l'immagine della funzione.

3) (7,5 punti)

Rsiolvere il seguente Problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = e^x + e^{2x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

- **4)** (6 punti)
- a) Determinare tutte le primitive della funzione $f(x) = \log\left(1 + \frac{1}{2x}\right) \frac{1}{2x}$;
- b) verificare, tramite i criteri di integrabilità, se la funzione sia integrabile in $[1, +\infty)$;
- c) calcolare esplicitamente $\int_{1}^{+\infty} f(x)dx$.
- **5)** (5 punti)

Risolvere l'equazione

$$\overline{z}|z|^2 = z^3$$
 , $z \in \mathbf{C}$.

prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 22 marzo 2018

COGNOME NO	OME	matricola
corso di laurea IN ING	TEORIA O	RALE O SCRITTA?
DATE DISPONIBILI PER LA	TEORIA	
DATE NON DISPONIBILI PE	R LA TEORIA	

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) (6 punti)

Data l'equazione differenziale

$$9y''(x) - 6y'(x) + y(x) = \sqrt[3]{e^x}$$
,

- a) determinare il suo integrale generale;
- b) determinare eventuali soluzioni infinitesime per $x \to -\infty$;
- c) determinare le eventuali soluzioni che tendano a $-\infty$ per $x \to +\infty$.
- **2)** (6,5 punti)

Stabilire, per mezzo dei criteri di integrabilità, se l'integrale improprio

$$\int_{1}^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^2} \ dx$$

converga.

Nel caso in cui l'integrale converga, calcolare esplicitamente il suo valore.

3) (6,5 punti)

Risolvere l'equazione

$$\left|\frac{z+2}{z-2}\right|=3 \qquad , \qquad z \in {\bf C}$$

e la disequazione

$$\left|\frac{z+2}{z-2}\right| > 3 \qquad , \qquad z \in \mathbf{C}$$

disegnando, in entrambi i casi, l'insieme delle soluzioni sul piano di Gauss.

4) (5 punti)

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log \left(\cos \frac{1}{n} + \frac{1}{2n^2} \right) .$$

5) (11 punti)

Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{(1-x)^2}}{x}$$
,

- a) determinarne il dominio, il segno, le eventuali intersezioni con gli assi, gli eventuali asintoti;
- b) determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali massimi e minimi, relativi e assoluti;
- c) (FAC.) in ipotesi di numero minimo di flessi, studiare il grafico completo della funzione.

prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 25 giugno 2018

COMPITO A

COGNOME NOME	matricola
corso di laurea IN ING	TEORIA ORALE O SCRITTA?
DATE DISPONIBILI PER LA TEOR	RIA
DATE NON DISPONIBILI PER LA	TEORIA

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) (7 punti)

Risolvere il seguente problema ai bordi:

$$\begin{cases} y''(x) + 4y(x) = x^3 \\ y(0) = y(\pi) = 0 \end{cases}.$$

- **2)** (6 punti)
- a) Verificare, tramite i criteri di integrabilità, se la funzione

$$f(x) = \frac{3 - \tan^2(x)}{\tan(x)}$$

sia integrabile in $\left(0, \frac{\pi}{3}\right]$;

- b) determinare tutte le primitive di f;
- c) calcolare esplicitamente l'integrale.
- **3)** (5 punti)

Risolvere l'equazione

$$\frac{iz + Re\left(\frac{1-i}{3}\right) + Im(\overline{z})}{Re(\overline{z})} = 0 \qquad , \qquad z \in \mathbf{C}.$$

4) (7 punti)

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^5 \left[\ln \left(1 + \frac{1}{n^3} \right) - \sin \left(\frac{1}{n^3} \right) \right] .$$

5) (9.5 + 1 punti)

Data la funzione

$$f(x) = \ln\left(e^{2x} - 1\right) ,$$

determinare insieme di definizione, segno, asintoti, monotonia, convessità.

FAC.: completare il grafico di f.

prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 25 giugno 2018

COMPITO B

COGNOME NOME	matricola
corso di laurea IN ING	TEORIA ORALE O SCRITTA?
DATE DISPONIBILI PER LA TEORI	[A
DATE NON DISPONIBILI PER LA T	TEORIA

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) (7 punti)

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^3 \left[\ln \left(1 + \frac{1}{n^2} \right) - \sin \left(\frac{1}{n^2} \right) \right] .$$

2) (9.5 + 1 punti)Data la funzione

$$f(x) = \ln\left(e^{3x} - 1\right) ,$$

determinare insieme di definizione, segno, asintoti, monotonia, convessità. **FAC.:** completare il grafico di f.

3) (7 punti)

Risolvere il seguente problema ai bordi:

$$\begin{cases} y''(x) + y(x) = -x^3 \\ y(0) = y(\pi) = 0 \end{cases}.$$

- **4)** (6 punti)
- a) Verificare, tramite i criteri di integrabilità, se la funzione

$$f(x) = \frac{1 - \tan^2(x)}{\tan(x)}$$

sia integrabile in $\left(0, \frac{\pi}{4}\right]$; **b)** determinare tutte le primitive di f;

- c) calcolare esplicitamente l'integrale.
- **5)** (5 punti)

Risolvere l'equazione

$$\frac{i\overline{z} + Im\left(\frac{1+i}{3}\right) + Im(z)}{Re(z)} = 0 \qquad , \qquad z \in \mathbf{C}.$$

prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 10 luglio 2018

COGNOME	NOME	matricola	
corso di laurea IN ING	TEORIA	ORALE O SCRITTA?	
DATE DISPONIBILI PER I	LA TEORIA		
DATE NON DISPONIBILI	PER LA TEORIA		

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) (6,5 punti)

Dato il Problema di Cauchy

$$\begin{cases} [y(x) - x^2 y(x)] y'(x) + [xy^2(x) + x] = 0 \\ \\ y(\sqrt{2}) = \sqrt{e-1} \end{cases},$$

- a) determinare l'integrale generale dell'equazione;
- b) verificare le ipotesi per l'esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy; è locale o globale?
- c) determinare la soluzione del Problema di Cauchy.
- 2) (5 + 2 punti)Data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+1}} ,$$

- a) stabilirne il segno nell'intervallo (-1,0];
- b) FAC. stabilire, tramite i criteri di integrabilità, se f sia integrabile in (-1,0];
- c) calcolare esplicitamente l'integrale.
- **3)** (5 punti)

Risolvere l'equazione

$$|z|^2 + 3z^2 + 4 = 0$$
 , $z \in \mathbf{C}$.

4) (7 punti)

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n \left[e^{1/n^2} - \cos\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{3}{2n^2} \right]}{\sin^2\left(\frac{1}{n}\right)} \ .$$

5) (11,5 punti)

Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{6-x} + \sqrt{x-4} ,$$

indicando esplicitamente eventuali punti di non derivabilità.

prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 6 settembre 2018

COGNOME NOI	ME	matricola
corso di laurea IN ING	TEORIA O	RALE O SCRITTA?
DATE DISPONIBILI PER LA T	TEORIA	
DATE NON DISPONIBILI PER	LA TEORIA	

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) (8 punti)

Stabilire se il Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1 + y^2(x)}{x(1+x^2)y(x)} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

ammetta unica soluzione, chiarendo se di tipo locale o globale.

Determinare poi la soluzione.

2) (8,5 punti)

Una volta determinato il dominio della funzione

$$f(x) = \frac{\cos x}{e^x} \ ,$$

studiarne il grafico solo nell'intervallo $[0, \pi]$.

3) (7 punti)

Risolvere l'equazione

$$z^4 + 1 = \sqrt{3}i \qquad , \qquad z \in \mathbf{C},$$

disegnando le soluzioni nel piano di Gauss e fornendone, lì ove possibile, l'espressione algebrica.

4) (5 punti)

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \left(\frac{n+1}{n-1} \right) .$$

5) (6,5 punti)

Stabilire se la funzione

$$f(x) = \left[\sinh\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) + \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) - \frac{2}{\sqrt{x}}\right] \cdot x^2$$

sia integrabile nell'intervallo $[1, +\infty)$.

prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 18 ottobre 2018

COGNOME	NOME		. matricola	
corso di laurea IN ING	T	EORIA O	ORALE O SCRI	TTA?
DATE DISPONIBILI PER	LA TEORIA			
DATE NON DISPONIBILI	PER LA TEC	ORIA		
GIUSTIFIC	ARE ADEGU	ATAMEN	NTE TUTTI I F	PASSAGGI
1) (punti) Risolvere il seguente problema a	u limiti:			
	$\int y''(x) -$	-y(x) = 3(2	$(2-x^2)$	
	$\begin{cases} \lim_{x \to +\infty} y \end{cases}$	$y(x) = 3(2x)$ $y(x) = +\infty$ $y(x) = -\infty$	·	
	$\lim_{x \to -\infty} y$	$y(x) = -\infty$		
2) (punti)a) Verificare, tramite i criteri di	integrabilità, se	e la funzione	e	
	f(x)	$x) = e^{-x} \sin$	n x	
sia integrabile in $[0, +\infty)$; b) calcolare esplicitamente l'inte	$_{ m egrale}.$			
3) (punti) Scrivere in forma algebrica	$\frac{3i^{18} - i}{4i + }$	$\frac{27}{6}$,	$z \in \mathbf{C}$.	
e calcolarne il modulo.				
4) (punti) Studiare il carattere della serie	$\sum_{n=1}^{+\infty}$	$\frac{(-1)^n}{n + \ln(1 + 1)}$	$\overline{n)}$.	
5) (punti)				

 $f(x) = 2x^2 + \ln x \ .$

Studiare il grafico della funzione

indicando esplicitamente quale sia l'immagine di f.